

**Отзыв официального оппонента**  
**о диссертации Родиковой Евгении Геннадьевны.**  
**«Факторизация, характеристика корневых множеств и вопросы**  
**интерполяции в весовых пространствах аналитических функций»,**  
**представленной на соискание учёной степени**  
**кандидата физико-математических наук по специальности**  
**01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ**

Построение теории факторизации и естественным образом связанное с этой теорией описание множеств нулей аналитических в единичном круге функций, лежащих в классах, более широких, чем класс  $N$  Неванлинны, заняло уже несколько десятилетий и продолжает активно развиваться. Эти исследования начал ещё сам Р. Неванлинна в 20-е годы 20-го века, определив т.н. классы  $S_\alpha$  при  $\alpha > -1$ . Существенное продвижение в данной тематике началось с работ М.М. Джрбашяна 60-х годов. Им была введена новая характеристика роста  $T_\alpha(r, f)$  и получено параметрическое представление аналитических в круге функций с ограниченной  $T_\alpha(r, f)$ . Далее последовали важные работы многих математиков, среди которых упомянем У. Хеймана, Б.И. Коренблюма, Ф.А. Шамояна, Х. Хеденмальма, К. Сейпа, Б.Н. Хабибуллина. Фундаментальные монографии по этим вопросам публиковались в 2000-м году (Х. Хеденмальм, Б. Коренблюм, К. Жу), в 2004-м году (К. Сейп) и 2009-м году (Ф.А. Шамоян и Е.Н. Шубабко).

Диссертация Е.Г. Родиковой посвящена упомянутой тематике и потому несомненно актуальна.

В работе Е.Г. Родиковой получен ответ на вопрос о мультипликативной структуре аналитических в единичном круге функций из новых классов, таких как класс  $N_{\alpha, \gamma}^p$ , а также содержатся новые результаты, относящиеся к ряду уже употребляемых в анализе классов.

Диссертация состоит из введения, восьми параграфов, объединённых в две главы, и обширного списка литературы.

**Введение** посвящено обзору истории вопросов, изучаемых в диссертации, и описанию содержания работы.

Основными результатами **параграфа 1.1** является теорема 1.1, стр. 20, в которой описываются все возможные множества нулей функций из классов  $N_{\alpha,\gamma}^p$ , и теорема 1.2, стр. 20, в которой описана факторизация функций из классов  $N_{\alpha,\gamma}^p$ .

В **параграфе 1.2** изучается класс  $H_\varphi(E)$  при условии, что  $E$  – конечное множество точек на единичной окружности. Основные результаты здесь – это теорема 1.3, стр. 35, теорема 1.4, стр. 36, и теорема 1.5, стр. 36. Содержанием данных утверждений является выяснение условий, наложенных на функцию  $\varphi$  для того, чтобы множество нулей функции из  $H_\varphi(E)$  удовлетворяло условию Бляшке или какому-то его аналогу.

**Параграф 1.3** посвящён изучению множества нулей из класса  $\Pi_p(0 < p < 1)$  И.И. Привалова. В теоремах 1.6 и 1.7, стр. 40, усилены результаты Ф.А. Шамояна, В.А. Беднаж и О.В. Приходько.

В **параграфе 1.4** автор рассматривает класс функций  $X_\varphi^\infty(C_+)$  в верхней полуплоскости  $C_+$ , а в **параграфе 1.5** – класс функций  $X(\lambda)$  в правой полуплоскости. Описаны множества нулей для функций из этих классов при некоторых предположениях, описана факторизация.

В **параграфе 2.1** решена задача о свободной интерполяции для классов  $S_\alpha^\infty$ , при этом использовалась факторизация функций из этих классов, полученная Ф.А. Шамояном и Е.Н. Шубабко. Основным результатом здесь – теорема 2.1, стр. 71.

В **параграфе 2.2** решена задача о характеристизации неотрицательных мер  $\mu$  в единичном круге, для которых для выражения  $\int_D (\log^+ |f(z)|)^p d\mu$

находится оценка сверху через функцию  $T(r, f)$ . Это теоремы 2.2 и 2.3, стр. 84.

В параграфе 2.3 рассматривается класс  $S_\alpha^p$  и находятся важные оценки  $M(r, f)$ ,  $|a_n|$ , где  $a_n$  – коэффициент Тейлора функции  $f$ , и описываются мультипликаторы из  $S_\alpha^p$  в  $S_\beta^p$  ( $-1 < \beta < \alpha$ ) и в  $HP$ .

Все результаты диссертации Е.Г. Родиковой являются строго доказанными научными фактами. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Результаты диссертации своевременно опубликованы в 14 работах диссертанта, из которых 5 опубликованы в журналах из перечня ВАК. Диссертация хорошо оформлена, трудный математический текст структурирован достаточно удобно для читателя.

В работе Е.Г. Родиковой содержатся новые важные факты комплексного анализа, которые несомненно заинтересуют специалистов. Автор зарекомендовал себя как сильный сложившийся исследователь со своей значительной областью научных интересов.

Можно отметить и отдельные недостатки в работе. Так, во введении на стр. 11 в предпоследней строчке из того, как определено  $k_\alpha$ , следует равенство  $k_\alpha = \alpha$ , что было бы естественно отметить; на стр. 30

$$\overline{\pi_\beta(z, z_k)}$$

используется соотношение

$$\in N_{\alpha, \gamma}^p, \text{ хотя}$$

$$\overline{\pi_\beta(z, z_k)}$$

является не аналитической, а мероморфной функцией, и об определении рассматриваемых классов для мероморфных функций автор не упоминает.

Однако эти отдельные недостатки не влияют на корректность проведенных рассуждений и не снижают общего очень хорошего впечатления от работы.

Резюмируя сказанное, полагаю, что диссертация Е.Г. Родиковой «Факторизация, характеристика корневых множеств и вопросы интерполяции в весовых пространствах аналитических функций» с лихвой удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к кандидатским диссертациям, а её автор несомненно заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Зав. кафедрой математического анализа СПбГУ,

доктор ф.-м.н., профессор

Н.А. Широков